# EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

## Proba scrisă la MATEMATICĂ

## PROBA D/F

*Varianta* ….**065**

**Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările**

**Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale**

**NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore**.

**La toate subiectele se cer rezolvări complete**

### SUBIECTUL I ( 20p )

**(4p)** **a)** Să se calculeze lungimea laturii unui triunghi echilateral cu perimetrul 33.

**(4p)** **b)** Să se calculeze lungimea laturii $AC$ ,dacă în triunghiul $ABC$, $BC = 5$, $m\left(\hat{A}\right) = 90°$ şi $\sin B = \frac{3}{5}$,

**(4p)** **c)** Să se calculeze distanța de la punctul $A(1,2)$ la punctul $B(0,1)$ .

**(4p)** **d)** Să se calculeze conjugatul numărului complex $2 + 3i$.

**(2p)** **e)** Să se calculeze $\cos x$, dacă $\sin x = \frac{2}{3}$ şi $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

**(2p)** **f)** Să se calculeze $\cos A$,dacă în triunghiul $ABC$ avem $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$,

### SUBIECTUL II ( 30p )

**1.** Se consideră funcțiile $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 2$ şi $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = 3 - 2x$.

**(3p)** **a)** Să se calculeze $(f \circ g)(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

**(3p)** **b)** Să se determine coordonatele punctului de intersecție al graficelor funcțiilor $f$ şi $g$ .

**(3p)** **c)** Să se calculeze $f(1) + f(2) + \ldots + f(10)$.

**(3p)** **d)** Să se rezolve inecuația $(f(x))^2 \geq (g(x))^2$, $x \in \mathbf{R}$.

**(3p)** **e)** Să se arate că $\sqrt{f(3) + g(3)} \in \mathbf{N}$.

**2.** Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \setminus \{0\} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - \frac{1}{x^2}$.

**(3p)** **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}^*$.

**(3p)** **b)** Să se determine ecuația asimptotei verticale la graficul funcției $f$ .

**(3p)** **c)** Să se arate că funcția $f$ este descrescătoare pe intervalul $(-\infty, 0)$.

**(3p)** **d)** Să se calculeze $\lim_{x \to -\infty} \left(x^2 \cdot f(x)\right)$.

**(3p)** **e)** Să se calculeze $\int_1^{\sqrt{2}} f(x)dx$.

**SUBIECTUL III ( 20p )**

Pe mulțimea $\mathbf{C}$ a numerelor complexe se consideră legea de compoziție "$\circ$", definită prin $x \circ y = xy + 3ix + 3iy - 9 - 3i$, pentru orice $x, y \in \mathbf{C}$.

(4p) **a)** Să se arate că $x \circ y = (x + 3i)(y + 3i) - 3i$, pentru orice $x, y \in \mathbf{C}$.

(4p) **b)** Să se arate că $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$, pentru orice $x, y, z \in \mathbf{C}$.

(4p) **c)** Să se verifice că dacă $e = 1 - 3i$, atunci $x \circ e = x$, pentru orice $x \in \mathbf{C}$.

(2p) **d)** Să se determine două elemente $a, b \in \mathbf{C} - \mathbf{R}$, astfel încât $a \circ b \in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori}} = (x + 3i)^n - 3i$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}^*$ și $x \in \mathbf{C}$.

(2p) **f)** Dacă $z = \underbrace{4 \circ 4 \circ \ldots \circ 4}_{\text{de 2007 ori}}$, să se calculeze conjugatul numărului complex $z + 3i$.

(2p) **g)** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe, ecuația $x \circ x = -3i$.

**SUBIECTUL IV ( 20p )**

Pentru orice $n \in \mathbf{N}$, se consideră funcțiile $f_n : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, cu $f_0(x) = e^x + e^{-x}$ și $f_{n+1}(x) = f_n'(x), \forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **a)** Să se arate că $f_0(-x) = f_0(x), \forall x \in \mathbf{R}$

(4p) **b)** Să se demonstreze că $f_0(x) \geq 2, \forall x \in \mathbf{R}$.

(4p) **c)** Să se calculeze $f_1(x), x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Utilizând metoda inducției matematice, să se demonstreze că $\forall k \in \mathbf{N}, \forall x \in \mathbf{R}$, $f_{2k}(x) = f_0(x)$ și $f_{2k+1}(x) = f_1(x)$.

(2p) **e)** Să se arate că $\int_0^x f_1(t)dt = f_0(x) - 2, \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_0^1 (f_0(x) + f_1(x) + \ldots + f_{2007}(x))dx$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim_{n \to \infty} \frac{f_0(0) + f_1(0) + \ldots + f_n(0)}{n}$.